

Problema della piattaforma singolo asse.

Passo 1- Uso della verticale gravitazionale per la definizione dell'orizzontale

L'informazione che serve per le misure al lembo dell'atmosfera è quella della direzione orizzontale (o verticale) geometrica. Di questa direzione è sufficiente determinare una sola componente in un piano verticale opportuno (piano della misura).

In generale la verticale geometrica differisce dalla verticale gravitazionale. L'orizzontale geometrico è definito dalla direzione media della superficie equipotenziale all'orizzonte, mentre la verticale gravitazionale è definita dal gradiente locale del potenziale gravitazionale. Localmente il potenziale gravitazionale è sempre perpendicolare alla superficie equipotenziale, ma se, per le deformazioni del geoide terrestre, la superficie equipotenziale locale differisce dalla superficie equipotenziale media all'orizzonte abbiamo una differenza fra la verticale geometrica e la verticale gravitazionale.

Sarebbe interessante verificare quanto grande può essere questa differenza, ma per il momento assumiamo che sia sempre trascurabile (ipotesi ragionevole) ed utilizziamo la verticale gravitazionale per trovare l'orizzonte geometrico.

Passo 2 – Difficoltà di misura della verticale gravitazionale

La verticale gravitazione può essere misurata con un filo a piombo, o qualsiasi cosa di equivalente (pendolo/accelerometro, etc), purché ci si trovi su un sistema in quiete.

In un sistema non in quiete il filo a piombo misura la direzione della risultante delle forze e quest'ultima comprende:

1. componente della forza gravitazionale nel piano di misura
2. forza apparente dovuta all'accelerazione della piattaforma nel piano della misura.
3. forza apparente dovuta alla rotazione della piattaforma con asse nel piano di misura

Le componenti 2 e 3 possono essere di ampiezza non piccola e variabile con una storia temporale rapida ed imprevedibile. Tutto ciò rende difficile una misura diretta della verticale gravitazionale.

Passo 3 – Alternativa inerziale

Variazioni rapide ed imprevedibili non disturbano invece il giroscopio, che una volta registrata la direzione voluta (reset iniziale con il sistema in quiete) la può memorizzare per un lungo tempo all'interno di un sistema inerziale. La direzione memorizzata dal giroscopio differisce dalla verticale gravitazionale per i seguenti effetti:

1. imperfetta definizione dell'orizzontale originaria per mancanza di quiete (problema minimizzabile con un'opportuna procedura di avvio).
2. Rotazione della verticale gravitazionale per effetto della rotazione della terra
3. Rotazione della verticale gravitazionale per effetto del movimento della piattaforma sulla sfera terrestre
4. Deriva del giroscopio

I problemi 2, 3 e 4 sono tutti problemi lenti per i quali è sufficiente una correzione altrettanto lenta.

Passo 4 – Correzione delle derive

Definiamo un sistema di riferimento solidale alla piattaforma in cui z è la verticale nominale, y è la direzione perpendicolare che insieme a z definisce il piano in cui si vuole determinare il rollio e x è l'asse del rollio perpendicolare a detto piano e parallelo alla direzione nominale di spostamento della piattaforma.

L'integrale su tempi lunghi della misura del "pendolo/accelerometro" (integrale della componente perpendicolare alla verticale nominale misurato dall'accelerazione nella direzione y) differisce dall'integrale equivalente operato sulla verticale gravitazionale per:

1. Integrale di $a(y)$ in dt : variazione della velocità della piattaforma nella direzione y .
2. Integrale di $\omega(z) \cdot v(x) dt$: prodotto della rotazione α lungo l'asse z per la velocità v lungo l'asse x .

Nel caso di un pallone le tre quantità ($\Delta v(y)$, $\alpha(z)$ e $v(x)$) sono piccole e sui tempi lunghi, in cui le oscillazioni del pendolo creato dalla lunga fune di sospensione hanno media sufficientemente piccola, la misura del pendolo può essere considerata coincidente a quella della verticale gravitazionale media. Questa è pertanto la quantità usata per "correggere" le derive.

Nel caso dell'aereo le storie di queste tre componenti possono essere alquanto variabili e non tendono a zero sui tempi lunghi.

L'alternativa è quella di misurare queste tre quantità per mezzo del GPS.

Il problema che sorge in questo caso è che il GPS misura queste quantità nel sistema di riferimento x', y', z' definito dalla velocità effettiva dell'aereo e dalla verticale vera. La direzione z della nostra piattaforma e quella z' della verticale vera differiscono normalmente di meno di 3 gradi e nelle manovre questo valore può raggiungere i 30 gradi, ma quest'angolo è proprio l'oggetto della nostra misura e può essere probabilmente corretto.

La direzione x della nostra piattaforma e quella x' del vero movimento differiscono di un angolo θ a causa dei venti trasversali e quest'angolo, normalmente piccolo, può raggiungere un massimo di circa 10 gradi. Non abbiamo misure in tempo reale di quest'angolo (a meno di non utilizzare il sistema di navigazione dell'aereo o un GPS differenziale).

Non introducendo la correzione per questo angolo si commette un errore pari a:

$$\alpha(z) \cdot v(x) \cdot (1 - \cos(\theta)) + \alpha(y) \cdot v(x) \cdot \sin(\theta).$$

Il secondo componente dipende da $\alpha(y)$. Nel volo livellato $\alpha(y)$ è decisamente piccolo, ma nel caso di gradini in quota possono esserci problemi e nel caso di evoluzioni il sistema impazzisce.

Il primo componente per $\theta = 10^\circ$ e $v(x) = 200$ m/sec dà un errore inferiore a $2.5 \cdot 10^{-4}$ rad per:

$$[\alpha(z) \cdot v(x) \cdot (1 - \cos(\theta))] / (T \cdot g) \leq 2.5 \cdot 10^{-4}$$

$$\alpha(z) / T \leq 1.10^{-3} \text{ rad/sec.}$$

Anche la minimizzazione del primo componente pone un limite stringente alle condizioni di funzionamento del sistema anche se questo limite si rilassa con legge quadratica al diminuire di θ .

Questo spiega perché per avere un sistema sufficientemente stabile in tutte le condizioni occorre misurare le tre rotazioni nei tre assi.

Conclusione

Si può forse valutare se per noi è sufficiente una configurazione di minima che usa:

- un pendolo/accelerometro per definire la verticale in stato di quiete e per correggere le derive in stato di moto.

- un giroscopio per memorizzare la direzione durante lo stato di moto.
- un GPS per misurare, latitudine, longitudine, vettore velocità e vettore accelerazione nel sistema di riferimento x', y', z' .
- un GPS differenziale per misurare l'angolo fra x' e x nelle due componenti $\alpha(z)$ ed $\alpha(y)$

Il giroscopio è resettato a terra mentre il sistema è in quiete.

Il volo si usa una combinazione di:

A – Giroscopio corretto per effetto della rotazione della terra (GPS) e per effetto del movimento della piattaforma sulla sfera terrestre (GPS) e filtrato per togliere la componente continua portatrice di deriva (il filtro commisurato all'ampiezza della deriva deve essere tale da ridurne l'effetto sotto i valori di specifica).

B – Accelerometro corretto per rotazioni ed accelerazioni della piattaforma (GPS) e filtrato da un filtro complementare a quello usato per il giroscopio.

Occorre scrivere le equazioni complete e calcolare il bilancio dell'errore per capire se rientriamo nelle specifiche.

Combinazioni numeriche ed integrali effettuati in modo digitale fornirebbero una semplicità di realizzazione ed una stabilità d'uso significativamente superiori agli strumenti analogici esistenti.